

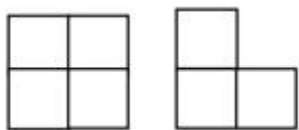
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ГУМАНІТАРНОЇ ПОЛІТИКИ  
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ВІЙСЬКОВОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ  
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2023-2024 н. р.

Завдання

10 клас

1. Про деяке двоцифрове число зроблені наступні твердження. «Це число або закінчується на 5, або ділиться на 7». «Це число або більше 20, або закінчується на 9». «Це число або ділиться на 12, або менше 21». Знайти всі двоцифрові числа, які задовольняють умовам задачі.
2. Довести, що 
$$\sqrt{\underbrace{11\dots 1}_{2 \text{ п раз}} - \underbrace{22\dots 2}_{п \text{ раз}}} = \underbrace{33\dots 3}_{п \text{ раз}}$$
3. Довести: якщо сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію, то її різниця дорівнює радіусу вписаного кола.
4. Через вершини  $A_1, A_2, A_3$  трикутника провели три різні паралельні прямі  $l_1, l_2, l_3$  відповідно. Нехай  $B_i, i = 1, 2, 3$  – точка перетину прямої  $l_i$  з протилежною вершині  $A_i$  стороною трикутника (або її продовженням). Знайти відношення площі трикутника  $A_1A_2A_3$  до площі трикутника  $B_1B_2B_3$ .
5. Прямокутник  $7 \times 11$  розрізали на квадрати  $2 \times 2$  та триклітинкові куточки (див. зображення). Скільки всього фігур одержали при розрізанні?



*На виконання завдань виділяється 4 години.  
Кожна задача оцінюється в 7 балів.  
Використання записників, калькуляторів  
та інших електронних засобів забороняється.*

16 грудня 2023 року.